LOVASSY LÁSZLÓ GIMNÁZIUM
Lovassy-László-Gymnasium

Pedagógiai Program

Matematika
tantárgyi program

A bevezetés tanéve:	**2018/2019-es tanév**
A bevezetés évfolyama:	9/NY
Alkalmazott osztálytípusok:	matematika tagozat német nemzetiségi tagozat; informatika tagozat; kiemelt angol nyelvi képzés, általános képzés, AJTP csoport

2018.

TARTALOMJEGYZÉK

MATEMATIKA – 9/NY (2 ÓRA) 2
MATEMATIKA – 9/NY (3 ÓRA) 17
MATEMATIKA (3+3+3+3 ÓRA) 32
MATEMATIKA (3+4+3+3 ÓRA) 104
MATEMATIKA (4+4+3+3 ÓRA) 177
MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (3+3+5+5 ÓRA) 250
MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (3+4+5+5 ÓRA) 340
MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (4+4+5+5 ÓRA) 430
MATEMATIKA – MATEMATIKA TAGOZAT (5+5+7+7 ÓRA) 520

MATEMATIKA – 9/Ny (2 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, - növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A nyelvi előkészítő évnek biztosítania kell azokat a tárgyi tudásbeli alapokat, amelyek majd a középiskolai anyag elsajátításához szükségesek. El kell kezdeni kialakítani azt a gondolkodáskultúrát, amely a további sikeres tanulmányokat lehetővé teszi. Talán az előzőeknél is fontosabb, hogy a matematikához és általában a problémamegoldáshoz olyan pozitív hozzáállást alakítsunk ki, amely a későbbiekben minden tárgy tanulásánál segíthet a nehézségek leküzdésében. Ennek érdekében az előkészítő évfolyamon a matematika tananyag kiválasztásának legfontosabb célkitűzései:

- az általános iskolai ismeretek áttekintése, rendszerezése;
- a matematikai és általában a problémamegoldó gondolkodás módszereinek megismerése (pl. logika elemei, általánosítás – analógia, deduktív módszer, indirekt bizonyítás, teljes indukció, skatulyaelv);
- matematikatörténeti vonatkozások kiemelése;
- a matematika szerepének felismertetése az élet különböző területein: játékokban, gazdaságban, művészetekben.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi óraszámok

	9/Ny
Matematika	2 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

7. sz. melléklet: Nyelvi előkészítő évfolyam kerettanterve 7.1.1-ben megfogalmazott irányelvek figyelembe vétele mellett a 2. sz. melléklet: Kerettanterv az általános iskola 5-8. évfolyamára 2.2.03 alapján, annak a 2 óra/hét óratömeghez igazításával a Célok és feladatok részben megfogalmazott elvek alapján történt.

Témakörök a nyelvi előkészítő évben

	Óraszám 9/Ny
	2 óra/hét (72 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráf	12 óra
2. Számelmélet, algebra	44 óra
3. Függvények, az analízis elemei	16 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz. Matematikatörténet: *Cantor*.	A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret javasolt óraszám 44 óra
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia*: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól). *Földrajz*: termelési statisztikai adatok.	T: számológép
10 egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia*: számítási feladatok.	T: számológép
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra (π, $\sqrt{2}$).	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Oszthatósági szabályok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.	A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Két szám legnagyobb közös osztójának kiválasztása az összes osztóból. A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése a közös többszörösök közül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia; földrajz*: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. *Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajzok értelmezése.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia*: számítási feladatok. *Kémia:* oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása. *Fizika:* hatásfok kiszámítása.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.				

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra**
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz*: függvényekkel leírható folyamatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Lineáris függvények. Egyenes arányosság grafikus képe. (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$, $f(x) = \|x\|$). Függvények jellemzése növekedés, fogyás.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: út-idő; feszültség-áramerősség.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, fogyás, értelmezési tartomány, értékkészlet.			

A fejlesztés várt eredményei a nyelvi előkészítő évfolyam végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.

Számtan, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények

- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzései a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása.

MATEMATIKA – 9/Ny (3 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma

ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, - növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai

Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A nyelvi előkészítő évnek biztosítania kell azokat a tárgyi tudásbeli alapokat, amelyek majd a középiskolai anyag elsajátításához szükségesek. El kell kezdeni kialakítani azt a gondolkodáskultúrát, amely a további sikeres tanulmányokat lehetővé teszi. Talán az előzőeknél is fontosabb, hogy a matematikához és általában a problémamegoldáshoz olyan pozitív hozzáállást alakítsunk ki, amely a későbbiekben minden tárgy tanulásánál segíthet a nehézségek leküzdésében. Ennek érdekében az előkészítő évfolyamon a matematika tananyag kiválasztásának legfontosabb célkitűzései:

- az általános iskolai ismeretek áttekintése, rendszerezése;
- a matematikai és általában a problémamegoldó gondolkodás módszereinek megismerése (pl. logika elemei, általánosítás – analógia, deduktív módszer, indirekt bizonyítás, teljes indukció, skatulyaelv);
- matematikatörténeti vonatkozások kiemelése;
- a matematika szerepének felismertetése az élet különböző területein: játékokban, gazdaságban, művészetekben.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás

felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi óraszámok

	9/Ny
Matematika	3 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

7. sz. melléklet: Nyelvi előkészítő évfolyam kerettanterve 7.1.1-ben megfogalmazott irányelvek figyelembe vétele mellett a 2. sz. melléklet: Kerettanterv az általános iskola 5-8. évfolyamára 2.2.03 alapján, annak a 3 óra/hét óratömeghez igazításával a Célok és feladatok részben megfogalmazott elvek alapján történt.

Témakörök a nyelvi előkészítő évben

	Óraszám 9/Ny
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráf	18 óra
2. Számelmélet, algebra	66 óra
3. Függvények, az analízis elemei	24 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret javasolt óraszám 18 óra**
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz. Matematikatörténet: *Cantor*.	A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret javasolt óraszám 66 óra
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia*: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól). *Földrajz*: termelési statisztikai adatok.	T: számológép
10 egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia*: számítási feladatok.	T: számológép
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra (π, $\sqrt{2}$).	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Oszthatósági szabályok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.	A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Két szám legnagyobb közös osztójának kiválasztása az összes osztóból. A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése a közös többszörösök közül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia; földrajz*: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. *Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajzok értelmezése.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia*: számítási feladatok. *Kémia:* oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása. *Fizika:* hatásfok kiszámítása.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: számításos feladatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.				

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret javasolt óraszám 24 óra**
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz*: függvényekkel leírható folyamatok.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Lineáris függvények. Egyenes arányosság grafikus képe. (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$, $f(x) = \lvert x \rvert$). Függvények jellemzése növekedés, fogyás.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: út-idő; feszültség-áramerősség.	T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, fogyás, értelmezési tartomány, értékkészlet.			

A fejlesztés várt eredményei a nyelvi előkészítő évfolyam végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.

Számtan, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények

- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzései a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása.

MATEMATIKA (3+3+3+3 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma

ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, - növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai

Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain

keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	3 óra	3 óra	3 óra	3 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04 alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 9. évf.**	**Óraszám 10. évf.**
	9-10. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	10 óra	16 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	36 óra	42 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	20 óra	-
4. Geometria	60 óra	34 óra	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	10 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális

eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számtan, algebra	36 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret javasolt óraszám 36 óra**
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek.*	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolútérték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	42 óra
4. Geometria	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 16 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám. Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 42 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 40 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	12 óra	-
2. Számtan, algebra	23 óra	28 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	16 óra	28 óra
4. Geometria	42 óra	30 óra	24 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	22 óra	-
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	41 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	28 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	22 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* előrejelzések, tendenciák megfogalmazása *Biológia-egészségtan:* genetika	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet*: Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, függvénytáblázat	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Fizika*: Kepler-törvények.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép függvénytáblázat
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Biológia-egészségtan:* érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	TD: interaktív tábla T: Számológép
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: Interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz*: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.	T: Számológép
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		Frontális munka		T: Számológép
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás.	TD: Interaktív tábla T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 30 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* felszínszámítás.	T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	Frontális munka	*Fizika:* vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		Frontális munka	*Fizika:* út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.	T: Számológép
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). *Fizika:* égitestek pályája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 22 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűség klasszikus modellje. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata.	T: Számológép
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (93 óra)
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra
4. Geometria	24 óra
6. Rendszerező összefoglalás	41 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. *Matematikatörténet*: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 24 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). *Kémia:* kristályok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Felszín, térfogat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret javasolt óraszám 41 óra**
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
1. Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. *Informatika:* Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* szillogizmusok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
2. Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: képletek használata	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
3. Összefüggések, függvények, sorozatok				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
4. Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet*: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. *Matematikatörténet*: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
5. Valószínűség-számítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan*: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

1.1.1

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

1.1.2 Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.

- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA (3+4+3+3 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, - növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások

értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	3 óra	4 óra	3 óra	3 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04 alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér és a 10. évfolyamon az egy óra többlet a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi

elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 9. évf.**	**Óraszám 10. évf.**
	9-10. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	10 óra	20 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	36 óra	58 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	20 óra	-
4. Geometria	60 óra	34 óra	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	12 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális

eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számtan, algebra	36 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret javasolt óraszám 36 óra**
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek.*	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolútérték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számtan, algebra	58 óra
4. Geometria	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 20 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám. Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 58 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 54 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	12 óra	-
2. Számtan, algebra	23 óra	28 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	16 óra	28 óra
4. Geometria	42 óra	30 óra	24 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	22 óra	-
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	41 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	28 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	22 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* előrejelzések, tendenciák megfogalmazása *Biológia-egészségtan:* genetika	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet*: Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, függvénytáblázat	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Fizika*: Kepler-törvények.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép függvénytáblázat
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Biológia-egészségtan:* érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	TD: interaktív tábla T: Számológép
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: Interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz*: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.	T: Számológép
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		Frontális munka		T: Számológép
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás.	TD: Interaktív tábla T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 30 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* felszínszámítás.	T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	Frontális munka	*Fizika:* vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		Frontális munka	*Fizika:* út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.	T: Számológép
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). *Fizika:* égitestek pályája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 22 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűség klasszikus modellje. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata.	T: Számológép
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (93 óra)
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra
4. Geometria	24 óra
6. Rendszerező összefoglalás	41 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. *Matematikatörténet*: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 24 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). *Kémia:* kristályok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Felszín, térfogat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret javasolt óraszám 41 óra**
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
1. Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. *Informatika:* Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* szillogizmusok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
2. Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: képletek használata	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
3. Összefüggések, függvények, sorozatok				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
4. Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet*: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. *Matematikatörténet*: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
5. Valószínűség-számítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan*: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.

- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek
- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számtan, algebra
- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok
- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

1.1.3

Geometria
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

1.1.4 Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA (4+4+3+3 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, - növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások

értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	4 óra	4 óra	3 óra	3 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04 alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér és a 9.-10. évfolyamon az 1-1 óra többlet a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új

tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 9. évf.**	**Óraszám 10. évf.**
	9-10. évfolyam	4 óra/hét (144 óra)	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	12 óra	20 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	48 óra	58 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	26 óra	-
4. Geometria	60 óra	50 óra	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	12 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális

eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	48 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	26 óra
4. Geometria	50 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 48 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek.*	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 26 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolútérték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 50 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számtan, algebra	58 óra
4. Geometria	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 20 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám. Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 58 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 54 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	12 óra	-
2. Számtan, algebra	23 óra	28 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	16 óra	28 óra
4. Geometria	42 óra	30 óra	24 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	22 óra	-
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	41 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	28 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	22 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* előrejelzések, tendenciák megfogalmazása *Biológia-egészségtan:* genetika	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet*: Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, függvénytáblázat	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Fizika*: Kepler-törvények.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép függvénytáblázat
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Biológia-egészségtan:* érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	TD: interaktív tábla T: Számológép
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: Interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz*: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.	T: Számológép
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		Frontális munka		T: Számológép
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás.	TD: Interaktív tábla T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret javasolt óraszám 30 óra**
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* felszínszámítás.	T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	Frontális munka	*Fizika:* vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		Frontális munka	*Fizika:* út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.	T: Számológép
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). *Fizika:* égitestek pályája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 22 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűség klasszikus modellje. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata.	T: Számológép
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (93 óra)
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra
4. Geometria	24 óra
6. Rendszerező összefoglalás	41 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret javasolt óraszám 28 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. *Matematikatörténet*: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 24 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). *Kémia:* kristályok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Felszín, térfogat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret javasolt óraszám 41 óra**
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
1. Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. *Informatika:* Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* szillogizmusok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
2. Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: képletek használata	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
3. Összefüggések, függvények, sorozatok				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
4. Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet*: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. *Matematikatörténet*: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
5. Valószínűség-számítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan*: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

1.1.5

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

1.1.6 Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.

- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (3+3+5+5 óra)

a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások

értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	3 óra	3 óra	5 óra	5 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:
3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.
A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér 9. és 10. évfolyamon a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre. A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óranövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	Óraszám 9. évf.	Óraszám 10. évf.
	9-10. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	10 óra	16 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	36 óra	42 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	20 óra	-
4. Geometria	60 óra	34 óra	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	10 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó

gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számtan, algebra	36 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 36 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek*.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolút érték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \ \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	42 óra
4. Geometria	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 16 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 42 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkriminánsz. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret javasolt óraszám 40 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	5 óra/hét (180 óra)	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	16 óra	7 óra
2. Számtan, algebra	23 óra	50 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	54 óra	34 óra
4. Geometria	42 óra	46 óra	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	14 óra	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	65 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra

5. Valószínűség, statisztika	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet:* Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusa.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 50 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diszkussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diszkusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás …).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete *n* elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számtani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az *n*-edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei**	**Órakeret javasolt óraszám 54 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz:* a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. *Matematikatörténet:* Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont *r* sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Cantor-axióma. *Matematikatörténet:* axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. *Matematikatörténet:* Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép
Végtelen mértani sor. *Matematikatörténet:* Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.	A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:* az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.	T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret javasolt óraszám 46 óra**
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	*Vizuális kultúra:* építészet.	TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz*: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; – oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* munka, elektromosságtan.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátáiból. Vektor ± 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátáival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkriminánsvizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámitás axiómái. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri s mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	65 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret óraszám 7 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	*n* tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. *Matematikatörténet:* Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x)\cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Newton–Leibniz tétel. *Matematikatörténet:* Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* terület, kerület meghatározás. *Földrajz:* térképkészítési elvek, felszínszámítás.	T: Számológép
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* axonometria. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). *Kémia:* kristályok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.	T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. *Matematikatörténet:* Cavalieri, Archimédesz, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Technika, életvitel és gyakorlat*: térfogat- és felszínszámítás.	T: Számológép
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. *Matematikatörténet:* Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* képletek használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei				

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet:* a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám *n*-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. *Matematikatörténet:* nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Valószínűségszámítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:* szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, *n* elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok n-edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.

- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.

- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (3+4+5+5 óra)
a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások

értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	3 óra	4 óra	5 óra	5 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:
3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.
A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér 9. és 10. évfolyamon valamint az egy óra többlet a 10. évfolyamon a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre. A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óranövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	Óraszám 9. évf.	Óraszám 10. évf.
	9-10. évfolyam	3 óra/hét (108 óra)	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	10 óra	20 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	36 óra	58 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	20 óra	-
4. Geometria	60 óra	34 óra	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	12 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó

gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számtan, algebra	36 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 36 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek*.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolút érték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \ \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számtan, algebra	58 óra
4. Geometria	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 20 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 58 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkriminánsz. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret javasolt óraszám 54 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	5 óra/hét (180 óra)	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	16 óra	7 óra
2. Számtan, algebra	23 óra	50 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	54 óra	34 óra
4. Geometria	42 óra	46 óra	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	14 óra	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	65 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra

5. Valószínűség, statisztika	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet:* Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusa.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret javasolt óraszám 50 óra**
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diszkussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diszkusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás …).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete *n* elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számtani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az *n*-edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 54 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz:* a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. *Matematikatörténet:* Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont *r* sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Cantor-axióma. *Matematikatörténet:* axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. *Matematikatörténet:* Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép
Végtelen mértani sor. *Matematikatörténet:* Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.	A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:* az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.	T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret javasolt óraszám 46 óra**
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	*Vizuális kultúra:* építészet.	TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz*: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; – oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* munka, elektromosságtan.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátáiból. Vektor ± 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátáival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkriminánsvizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámitás axiómái. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri s mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	65 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 7 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	*n* tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. *Matematikatörténet:* Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x)\cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Newton–Leibniz tétel. *Matematikatörténet:* Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* terület, kerület meghatározás. *Földrajz:* térképkészítési elvek, felszínszámítás.	T: Számológép
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* axonometria. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). *Kémia:* kristályok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.	T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. *Matematikatörténet:* Cavalieri, Archimédesz, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Technika, életvitel és gyakorlat*: térfogat- és felszínszámítás.	T: Számológép
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. *Matematikatörténet:* Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* képletek használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei				

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet:* a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám *n*-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. *Matematikatörténet:* nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Valószínűségszámítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:* szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, *n* elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok n-edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.

- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.

- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA – EMELT ÓRASZÁMMAL (4+4+5+5 óra)
a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések

megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások

értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott évfolyam párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	4 óra	4 óra	5 óra	5 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:
3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.
A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér és az 1-1 óratöbblet a 9. és 10. évfolyamon a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre. A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óranövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	Óraszám 9. évf.	Óraszám 10. évf.
	9-10. évfolyam	4 óra/hét (144 óra)	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra	12 óra	20 óra
2. Számtan, algebra	66 óra	48 óra	58 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra	26 óra	-
4. Geometria	60 óra	50 óra	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra	8 óra	12 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó

gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	48 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	26 óra
4. Geometria	50 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.	
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: interaktív tábla
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 48 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek*.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép interaktív tábla
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 26 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az abszolút érték-függvény. Az $x \alpha \ \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \alpha \ \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
A fordított arányosság függvénye. $x \alpha \ \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 50 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számtan, algebra	58 óra
4. Geometria	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 20 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet*: Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 58 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $x \alpha \ ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \alpha \ a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tába
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 54 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 12 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	5 óra/hét (180 óra)	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra	16 óra	7 óra
2. Számtan, algebra	23 óra	50 óra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra	54 óra	34 óra
4. Geometria	42 óra	46 óra	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra	14 óra	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	40 óra	-	65 óra

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra

5. Valószínűség, statisztika	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 16 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet:* Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusa.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret javasolt óraszám 50 óra**
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diszkussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diszkusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás …).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete *n* elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számtani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet*: A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az *n*-edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei**	**Órakeret javasolt óraszám 54 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz:* a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. *Matematikatörténet:* Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont *r* sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Cantor-axióma. *Matematikatörténet:* axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. *Matematikatörténet:* Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az *n*. tag, az első *n* tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép
Végtelen mértani sor. *Matematikatörténet:* Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.	A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:* az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.	T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 46 óra
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	*Vizuális kultúra:* építészet.	TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz*: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; – oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* munka, elektromosságtan.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátáiból. Vektor ± 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátáival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkriminánsvizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámitás axiómái. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátáival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri s mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	65 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret javasolt óraszám 7 óra** (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	*n* tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. *Matematikatörténet:* Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x)\cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Newton–Leibniz tétel. *Matematikatörténet:* Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Térelemek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* terület, kerület meghatározás. *Földrajz:* térképkészítési elvek, felszínszámítás.	T: Számológép
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Vizuális kultúra:* axonometria. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). *Kémia:* kristályok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.	T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. *Matematikatörténet:* Cavalieri, Archimédesz, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Technika, életvitel és gyakorlat*: térfogat- és felszínszámítás.	T: Számológép
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Biológia-egészségtan:* vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. *Matematikatörténet:* Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gondolkodási és megismerési módszerek				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Számtan, algebra				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* képletek használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei				

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c\cdot f(ax+b)+d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet:* a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám *n*-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. *Matematikatörténet:* nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Valószínűségszámítás, statisztika				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:* szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, *n* elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számtan, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok n-edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.

- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.

- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

MATEMATIKA – MATEMATIKA TAGOZAT (5+5+7+7 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a

maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanítás alapvető feladata a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakítása. Életkortól függő szinten rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematikai tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának

megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is több helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az ország gazdaságának műszaki, informatikai, és természettudományos pályák iránt megnövekedett kereslete szükségesé teszi, hogy a közoktatásban is nagy számban legyenek olyan osztályok, csoportok, amelyek a matematikát és (vagy) a természettudományokat magasabb szinten tanulják. Működnek ugyan az országban speciális matematika tagozatok heti 6–8 matematikaórával, és ezeknek nagy szerepe van a tudósutánpótlás biztosításában, de ezek számát a jelenlegi 10–12-nél lényegesen többre növelni nem célszerű. A gazdasági élet szakember-utánpótlását a normál és speciális osztályoké közötti, kb. heti 5 órás óraszámú, nagy számban működő emelt szintű osztályokkal célszerű biztosítani.

Ebben a kerettantervben a négy osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. Az ország középiskoláinak jelentős részében van egy osztálynyi vagy legalább egy félosztálynyi matematika, illetve természettudományos tárgyak iránt érdeklődő tanuló, akiknek ajánlott kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet a matematika iránt érdeklődő tanulók számára választják, és azt, hogy itt heti öt óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási időkkel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

Emelt szintű matematika kerettanterv szerint tanulhatnak az általános iskolások is. Az ő tantervüknek természetes folytatása ez a négy osztályos gimnáziumi emelt szintű tanterv, de nem feltétele az ilyen, matematikából emelt szintű gimnáziumi osztályba való bekerülésnek az, hogy a tanuló általános iskolában már emelt óraszámban tanulja a matematikát.

Ha azonban a bekerülő tanulók jelentős része korábban nem részesült emelt szintű képzésben, akkor indulásnál célszerű azokat az emelt szintű általános iskolai legfontosabb kiegészítő

ismereteket áttekinteni, amelyekre a későbbiekben ez a tanterv épít. Ilyen esetben a belépő évfolyamon célszerű heti egy órával növelni az óraszámot.

A tananyagot azért sem akarjuk a speciális matematika tagozatokéhoz hasonló mértékben növelni, mert ezt a matematikából emelt szintű anyagot ajánljuk fizikából, kémiából, természettudományos tárgyakból emelt szintű osztályoknak is.

Minden évfolyamon jelentős számú órát hagyunk szabadon választható felhasználásra. Ezt az óraszámot fel lehet használni versenyfeladatok megoldására, tematikusan, vagy egy-egy versenyre „rákészülésnél". Lesz, ahol ez az óraszám szükséges lesz a kerettantervben szereplő témakörök elsajátításához. Kissé jobb csoportokban mélyebben lehet tanítani egyes témaköröket, pl. olyanokat, amelyeknél a tanterv csak szemléletes tárgyalást, a bizonyítások mellőzését javasolja; és természetesen a szabadon választott órakeretet új ismeretekre, témakörökre is lehet fordítani.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák

megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődőséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulásszervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre,* a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé az emelt szintű érettségi vizsga sikeres letételére matematikából!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

Ellenőrzési módszerek:

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **írásbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, tanult ismeretek alkalmazása.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik.

A Lovassy László Gimnázium belső vizsgarendszerébe a diákok a matematika tantárgyból is bekapcsolódnak. Egy adott osztály 2 párhuzamosan oktatott csoportjai a témazáró dolgozatokat egységesen, a tanév ugyanazon a napján írják. A témazáró dolgozatok napjait a tanév kezdetén a szaktanárok kihirdetik, a diákok a füzetükben rögzítik. A témazáró dolgozatok tartalmát a

helyi tanterv adott témakörében rögzített tartalmi elemek egyértelműen meghatározzák. A témazáró dolgozatra kapott érdemjegy dupla súllyal számít bele az év végi érdemjegy kialakításába.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	**10. évf.**	**11. évf.**	**12. évf.**
Matematika	5 óra	5 óra	7 óra	7 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:
3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.3.2.1-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült (emelt óraszámú kerettanterv).
A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér 9. és 10. évfolyamon a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre. A 11. és a 12. évfolyamon a megjelölt kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óranövekménybe pedig részben a kerttantervi tananyagtartalmak pontosabb rögzítése, részben pedig új tartalmak kerültek beépítése.

9–10. évfolyam

A matematika helyi tantervnek ez a fejezete a négyosztályos gimnáziumok azon tanulóinak szól, akik matematikából emelt szintű képzést választottak. Ezért a tananyag összeállításánál feltételezhetjük, hogy az átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulóknak szól. A normál osztályokéhoz képest kiegészítő elemek kerülnek a tananyagba. Egyrészt olyanok, amelyek a motivációt növelhetik (pl. matematikatörténeti vonatkozások, játékok). Ha ezek a témakörök nem is nyújtanak követlen segítséget a versenyeken, érettségin, vagy majd a felsőfokú oktatásban való eredményesebb szerepléshez, mégis, ezeket jobb és kevésbé erős csoportokban egyaránt érdemes komolyan venni, rendszeresen beiktatni, mert a tantárgyhoz való kötődésben bekövetkező pozitív változás miatt a ráfordított idő bőven megtérül.

Másrészt olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk ezeken az évfolyamokon, amelyek magabiztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, segíthetik a versenyeken való eredményesebb szereplésüket. Ezeket az ismereteket az osztály vagy csoport szintjének megfelelő mélységben tárgyaljuk. A kevésbé erős csoportokban sem javasoljuk ezek elhagyását, mert a szemlélet fejlesztéséhez fontosak. Ezeknél a kerettanterv általában szemléletes, bizonyítás nélküli tárgyalást javasol. Az erősebb csoportokban tárgyalhatjuk ezeket részletesebben, több feladattal.

A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az ismeretek igazolásán, rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és alkalmazási lehetőségeik megismerésén lesz a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A fenti célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek. Fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. Hasznosak lehetnek ebből a szempontból a matematikai alapú játékok is. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait bemutatva világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

A középiskolás kor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának fejlesztéséhez, ugyanezt szolgálhatja a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	Óraszám 9. évf.	Óraszám 10. évf.
	9-10. évfolyam	5 óra/hét (180 óra)	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	30 óra	15 óra	15 óra
2. Számtan, algebra			
2.1. Valós számok	25 óra	20 óra	5 óra
2.2. Algebrai kifejezések használata	25 óra	10 óra	15 óra
2.3. Oszthatóság	30 óra	-	30 óra
2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	45 óra	45 óra	30 óra
3. Függvények			
3.1. Algebrai függvények	25 óra	15 óra	10 óra
3.2. Hegyesszögek szögfüggvényei	13 óra	5 óra	8 óra
4. Geometria			
4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	42 óra	67 óra	10 óra
4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek	42 óra	3 óra	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	17 óra	-	17 óra

Megjegyzések

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

A személyi feltételeknél a matematika szakos tanár mellett szereplő betűjel a témaköröknek a két tantó tanár közötti elosztási javaslatát tartalmazza. Ez azonban csak egy ajánlás, az adott tanév tantárgyfelosztásának függvényében újraosztható.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érnünk, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejlesztenünk kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejlesztenünk kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analizáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok. Halmazok, ponthalmazok	15 óra
2. Számtan, algebra	
2.1. Valós számok	20 óra
2.2. Algebrai kifejezések használata	10 óra
2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	45 óra
3. Függvények	
3.1. Algebrai függvények	15 óra
3.2. Hegyesszögek szögfüggvényei	5 óra
4. Geometria	
4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	67 óra
4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek	3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok. Halmazok, ponthalmazok	Órakeret javasolt óraszám 15 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Halmazok. Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége. Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementerhalmaz. Descartes-féle szorzat. A fogalmak ismétlése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára. A halmazműveletek tulajdonságai. Halmazok számossága. n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Véges és végtelen halmazok. *Matematikatörténet*: Georg Cantor.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* könyvtárszerkezet a számítógépen; adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. *Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan*: rendszertan.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, a feladatmegoldási rutin mélyítése. Jelek használata: n! , $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög. *Matematikatörténet*: Blaise Pascal, Erdős Pál. Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pont maximum hány egyenest határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot?	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számológép, számítógép, dobókocka, kártyák, térmodell-készletek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Permutáció, variáció, kombináció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra** **2.1. Valós számok**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Számhalmazok: – természetes számok, – egész számok, – racionális számok, – irracionális számok, – valós számok. Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika, kémia, biológia-egészségtan*: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.	T: számológép
Négyzetgyök. A négyzetgyökvonás azonosságai. $\sqrt{n}$ irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az *n*-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. A szerkeszthetőség néhány kérdése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, n-edik gyök.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra** **2.2. Algebrai kifejezések használata**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia*: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.	T: számológép, számítógép
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a+b+c)^2$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$. Utalás $(a + b)^n$ kiszámolásra Pascal-háromszög segítségével. Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Szorzattá alakítás különböző módszerei. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. *Matematikatörténet*: algebra – Al-Hvarizmi.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra** **2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer**	**Órakeret javasolt óraszám 45 óra**
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Egyenletek grafikus megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia*: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: kinematika, dinamika. *Kémia*: oldatok összetétele.	T: Számológép
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* a mérés hibája.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: számítógépes program használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségszintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió. Önellenőrzés. Gyöktényezős alak, Viete-formulák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák. *Filozófia*: egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. *Informatika*: számítógépes program használata.	T: Számológép
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények** **3.1. Algebrai függvények**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha…) Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció. Hétköznapi állítások tagadása. Pontos fogalmazás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével. *Magyar nyelv és irodalom:* hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia*: egyenesen arányos mennyiségek.	T: Számológép
Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia*: fordítottan arányos mennyiségek.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $\lvert f(x)\rvert$ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények 3.2. Hegyesszögek szögfüggvényei	Órakeret javasolt óraszám 5 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szögfüggvény.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria** **4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk**	**Órakeret javasolt óraszám 67 óra**
Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai alapfogalmak. Térelemek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Sokszögek szögösszege, átlók száma. A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* szögsebesség, szöggyorsulás. *Vizuális kultúra:* térbeli viszonyok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nevezetes ponthalmazok rendszerezése. – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; – két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola, forgási paraboloid. Egyenlőtlenséggel meghatározott ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. *Matematikatörténet*: Descartes. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Háromszög további nevezetes vonalai. (Bizonyítással.) Középvonalak. (Négyszögek középvonalai is.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van – és fordítva. Geometriai szerkesztő program használata	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* parabolatükör. *Informatika*: geometriai szerkesztőprogram használata.	T: Számítógép TD: Interaktív tábla
Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordinátarendszerben. A paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyszög átlói merőlegességének feltétele. *Matematikatörténet*: Pitagorasz.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika*: vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: számológép, számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismétlése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fix egyenes, fix sík, – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: geometriai szerkesztőprogram használata.	TD: Interaktív tábla
Geometriai szélsőérték-feladatok. Háromszögbe írt minimális kerületű háromszög.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz*: minimális utak meghatározása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorokkal: Összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Vektor koordinátái. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Térelem, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel, egybevágósági transzformáció. Vektor.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria** **4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek**	**Órakeret javasolt óraszám 3 óra**
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számtani és mértani közép. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép.		

Továbbhaladás feltételei

Gondolkodási és megismerési módszerek
- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Konstrukciós feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.

Számelmélet, algebra
- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása.
- Első- és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
- A számológép használata.

Függvények, sorozatok
- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
- A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria
- Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
- A kör és részeinek ismerete.
- Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel.

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok. Halmazok, ponthalmazok	15 óra
2. Számtan, algebra	
2.1. Valós számok	5 óra
2.2. Algebrai kifejezések használata	15 óra
2.3. Oszthatóság	30 óra
2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	30 óra
3. Függvények	
3.1. Algebrai függvények	10 óra
3.2. Hegyesszögek szögfüggvényei	8 óra
4. Geometria	
4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	10 óra
4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	17 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok** **Halmazok, ponthalmazok**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Halmazműveletek. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A halmazműveletek tulajdonságainak ismétlése, összevetés a logikai műveletek tulajdonságaival.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.	T: Számológép
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logika. Logikai műveletek: negáció, konjukció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. *Matematikatörténet*: Pólya György, George Boole.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika ismétlés Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Permutáció, variáció, kombináció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra** **2.1. Valós számok**	**Órakeret javasolt óraszám 5 óra**
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Az *n*-edik gyök fogalma.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete.. Absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret javasolt óraszám 15 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Polinom, algebrai tört.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Polinom osztása polinommal.	Feladatmegoldás önállóan, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra. Szélsőérték-feladatok közepek segítségével. Kapcsolat: másodfokú függvények vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Polinom, azonosság.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság	Órakeret javasolt óraszám 30 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban. NIM játék. Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számítógép, számológép
Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból. Kis Fermat-tétel. Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek. *Matematikatörténet*: Euklidesz, Eratosztenész, Euler, Fermat.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika*: nagy prímek szerepe a titkosításban.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Diofantoszi egyenletek. Lineáris diophantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. *Matematikatörténet*: Diophantosz.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép, számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényezős felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra** **2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer**	**Órakeret javasolt óraszám 30 óra**
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viete-formulák. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával. *Matematikatörténet*: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Filozófia*: egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.	T: Számítógép, számológép

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: ütközések.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Önellenőrzés képességének fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. Egyenletrendszer.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények** **3.1. Algebrai függvények**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Függvények inverze. Gyökfüggvények.	Feladatmegoldás önállóan, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Rekurzív sorozatok. A Fibonacci-sorozat. Kapcsolat: aranymetszés. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Biológia-egészségtan*: szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az élőlényeknél. *Művészetek*: szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az építészetben, festészetben, zenében.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények** **3.2. Hegyesszögek szögfüggvényei**	**Órakeret javasolt óraszám 8 óra**
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	Feladatmegoldás önállóan, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18º, 36º, 54º, 72º. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.) Hegyesszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szögfüggvény.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria** **4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Egybevágósági transzformáció.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Euler-gyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	*Informatika*: geometriai szerkesztőprogram használata.	T: Számítógép TD: Interaktív tábla
Kerületi és középponti szögek. Húrnégyszög. Érintőnégyszög.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számítógép TD: Interaktív tábla
Izogonális pont.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Kerületi és középponti szög. Húrnégyszög. Érintőnégyszög.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria** **4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek**	**Órakeret javasolt óraszám 40 óra**
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számtani és mértani közép. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számítógép TD: Interaktív tábla
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz:* térképek. *Vizuális kultúra*: építészeti tervrajzok. *Fizika*: optikai eszközök nagyítása.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. *Biológia-egészségtan*: példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott térfogathoz nagy felszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Aranymetszés. Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Vizuális kultúra*: festészet, építészet. *Ének-zene:* az aranymetszés megjelenése zenei művekben.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Forgatva nyújtás. Ptolemaiosz tétele. *Matematikatörténet*: Ptolemaiosz.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
További nem távolságtartó transzformációk. Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvény-transzformációkkal. Inverzió. (Csak mint példa nem távolságtartó transzformációra.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Néhány kapcsolódó tétel. Ceva és Menelaosz tétele. Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára. Feuerbach-kör és Euler-egyenes. (Célszerű a bizonyításokat megmutatni, a bennük lévő ötletek miatt, de a teljes bizonyítások megtanulása nem szükséges.) *Matematikatörténet*: Euler.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret javasolt óraszám 17 óra**
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Informatika*: adatkezelés, adatfel-dolgozás, információ-megjelenítés.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérme-dobások – csoportmunka.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.	T: Számítógép Számológép dobókocka, pénzérmék TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Valószínűség.		

Továbbhaladás feltételei

Gondolkodási és megismerési módszerek
- Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
- Konstrukciós feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra
- Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
- Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
- Gyökös egyenletek megoldása.
- Másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
- A számológép használata.

Függvények, sorozatok
- A függvény fogalmának mélyülése.
- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyszögek tételei).
- Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.
- Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.

Valószínűség, statisztika
- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra.
- Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Konstrukciós feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása.
- Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
- Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
- Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
- Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
- A számológép használata.

Függvények, sorozatok

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
- A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyszögek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.
- Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszerességet, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulókban.

Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

A kerettantervi óraszámok és a helyi tanterv viszonya

	Kerettantervi órakeret	**Óraszám 11. évf.**	**Óraszám 12. évf.**
	11-12. évfolyam	7 óra/hét (252 óra)	7 óra/hét (217 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	22 óra	15 óra	7 óra
2. Hatvány, gyök, logaritmus	30 óra	30 óra	-
3. Trigonometria	40 óra	40 óra	-
4. Koordinátageometria	28 óra	35 óra	-
5. Sorozatok	15 óra	25 óra	-
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	15 óra	15 óra	-
7. Folytonosság, differenciálszámítás	30 óra	47 óra	-
8. Integrálszámítás, térgeometria	40 óra	-	120 óra
9. Statisztika, valószínűség	20 óra	20 óra	15 óra
10. Rendszerező összefoglalás	47 óra	-	75 óra
11. Komplex számok*	-	15 óra	-
12. Lineáris algebra*	-	10 óra	-

* Választható modulok. Amennyiben a szaktanár az 1-10. témakörök elmélyítését és gyakorlását tartja szakmailag és pedagógiailag fontosabbnak az adott csoport esetében, akkor a modulok elhagyhatók.

Megjegyzések

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

A személyi feltételeknél a matematika szakos tanár mellett szereplő betűjel a témaköröknek a két tantó tanár közötti elosztási javaslatát tartalmazza. Ez azonban csak egy ajánlás, az adott tanév tantárgyfelosztásának függvényében újraosztható.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotása (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	7 óra/hét (252 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	15 óra
2. Hatvány, gyök, logaritmus	30 óra
3. Trigonometria	40 óra
4. Koordinátageometria	35 óra
5. Sorozatok	25 óra
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	15 óra
7. Folytonosság, differenciálszámítás	47 óra
9. Statisztika, valószínűség	20 óra
11. Komplex számok*	15 óra
12. Lineáris algebra*	10 óra

* Választható modulok. Amennyiben a szaktanár az 1-10. témakörök elmélyítését és gyakorlását tartja szakmailag és pedagógiailag fontosabbnak az adott csoport esetében, akkor a modulok elhagyhatók.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. *Matematikatörténet*: Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. *Matematikatörténet*: Erdős Pál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés. *Matematikatörténet*: Euler.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Biológia-egészségtan*: genetika.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret javasolt óraszám 30 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra. Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. *Fizika:* radioaktivitás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Földrajz*: globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. *Matematikatörténet*: Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.	T: Számítógép Számológép TD: Interaktív tábla
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: régészeti leletek – kormeghatározás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Trigonometria**	**Órakeret javasolt óraszám 40 óra**
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: – a vektor fogalma, – vektorműveletek, – vektorfelbontás. A vektorok koordinátáival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. *Informatika*: grafikonok elkészítése számítógépes programmal.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: munka, elektromosságtan.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: alakzatok adatainak meghatározása. *Földrajz*: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, – egy szög kétszeresének szögfüggvényei, – félszögek szögfüggvényei, – két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Skaláris szorzat, szinusztétel. koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Koordinátageometria**	**Órakeret javasolt óraszám 35 óra**
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A Descartes-féle koordinátarendszer. A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismétlés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* számítógépes program használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: alakzatok tömegközéppontja.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei. – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – Iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: mérések értékelése. *Informatika:* számítógépes program használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* számítógépes program használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.		*Informatika:* több feltétel együttes vizsgálata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Sorozatok**	**Órakeret javasolt óraszám 25 óra**
Előzetes tudás	Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat *n*-edik elemének megadása. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika*: algoritmusok.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat. A számtani sorozat *n*-edik tagja. A számtani sorozat első *n* tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat *n*-edik tagja. A mértani sorozat első *n* tagjának összege. Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Szöveges faladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számtani sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: lineáris és exponenciális folyamatok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hitel – adósság – eladósodás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék. Véges sorok összegzése. Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: lineáris és exponenciális folyamatok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hitel – adósság – eladósodás.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$ $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepek és sorendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség. Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.) Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szélsőértékhely, szélsőérték. Nevezetes közép.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**7. Folytonosság, differenciálszámítás**	**Órakeret javasolt óraszám 47 óra**
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használta a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika:* számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: a határérték számítógépes becslése. *Fizika*: felhasználás sin x, illetve tg x közelítésére kis szög esetében.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. *Biológia-egészségtan:* populáció növekedésének átlagos sebessége.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. *Matematikatörténet*: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Fizika*: harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Fizika*: fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika*: Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**9. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret javasolt óraszám 20 óra**
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika*: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: választások.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. *Matematikatörténet*: George Boole.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. *Matematikatörténet*: Pólya György, Rényi Alfréd.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.		

A fennmaradó 23 óra vagy a következő szabadon választható modulok egyikének vagy mindegyikének abszolválásával teljesíthető vagy a korábbi témakörök ismereteinek elmélyítésére használható fel:

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**11. Komplex számok (választható modul)**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Valós számok, és valós számok körében végzett műveletek. Trigonometriai ismeretek.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számhalmazok bővítésének elvei.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A komplex számok fogalma, a kanonikus és a trigonometrikus alak. Komplex szám konjugáltja és abszolút értéke. A GAUSS-féle számsík. A négy alapművelet elvégzése komplex számokkal. A komplex számok teste a valós számok testének egy lehetséges kibővítése: a műveleti azonosságok permanenciája. Moivre-tétel. Hatványozás és gyökvonás komplex számokból. Egységgyökök, primitív egységgyökök.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Komplex számok, komplex számsík.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**12. Lineáris algebra (választható modul)**	**Órakeret javasolt óraszám 10 óra**
Előzetes tudás	Vektor, reláció, művelet, műveleti tulajdonságok.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A vektor fogalmának bővítése, mátrix ismerete, mátrixműveletek megismerése, alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
A mátrix fogalma, négyzetes mátrix, egység mátrix, nullmátrix, inverz mátrix. Műveletek a mátrixok körében (összeadás, kivonás, számmal szorzás, szorzás, invertálás). A determináns fogalma és tulajdonságai. A mátrixok és a vektorműveletek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Vektor, mátrix, lineáris egyenletrendszer, determináns.		

Továbbhaladás feltételei

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...", az „akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordinátarendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis további témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Óraszámok
	7 óra/hét (217 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	7 óra
8. Integrálszámítás, térgeometria	120 óra
9. Statisztika, valószínűség	15 óra
10. Rendszerező összefoglalás	75 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret javasolt óraszám 7 óra**
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. *Matematikatörténet*: Cantor, Hilbert, Gödel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Filozófia*: Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Filozófia:* Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.	TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Művelet, reláció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Integrálszámítás, térgeometria	Órakeret javasolt óraszám 120 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A és B tanár fele-fele arányban)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálója. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. *Matematikatörténet*: Bernhard Riemann.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika*: számítógépes szoftver használata.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Fizika:* A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. *Matematikatörténet*: Newton, Leibniz, Euler.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Fizika:* Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőtérben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**9. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret javasolt óraszám 15 óra**
Előzetes tudás	Klasszikus valószínűségi modell.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (B tanár)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák**	**Kapcsolódási pontok**	**Taneszközök**
Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. *Matematikatörténet*: Pólya György, Rényi Alfréd.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Informatika:* véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**10. Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret javasolt óraszám 75 óra**
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
További feltételek	**Személyi:** matematika szakos tanár (A és B tanár 42:33 arányban)	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gondolkodási módszerek *Halmazok, matematikai logika* Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. *Kombinatorika, gráfok, algoritmusok* Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadások.	*Filozófia*: gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Algebra és számelmélet *Műveletek kifejezésekkel* Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai. *Számelmélet* Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. *Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek* Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadások.	*Fizika; kémia*: számítási feladatok megoldása.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények, sorozatok, az analízis elemei *Függvények* A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint. *Sorozatok, sorok* A sorozat fogalma. Számtani, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. *Analízis* Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálisi szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	*Informatika*: számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára. *Fizika*: Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometria *Geometriai alapfogalmak* Térelemek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. *Geometriai alakzatok, bizonyítások* Nevezetes ponthalmazok. Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. *Geometriai transzformációk* Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. *Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria* Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. *Geometriai mértékek* A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	*Művészetek*: szimmetriák, aranymetszés. *Informatika*: számítógépes geometriai programok használata.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Valószínűségszámítás, statisztika Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek öszekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	*Informatika*: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. *Fizika:* fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.	T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla
Motivációs témakörök Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Számítógép TD: Interaktív tábla

Továbbhaladás feltételei

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.

Függvények, az analízis elemei

- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Geometria

- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.