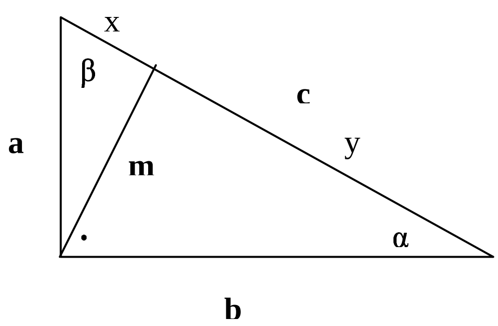
Derékszögű háromszögek

Tartalmi felépítés:

- definíciók
- tételek
- bizonyítás
- alkalmazások

I. Definíciók:

1. **Derékszögű háromszög**nek nevezzük azokat a háromszögeket, melyeknek van 90°-os szögük.
2. Egy derékszögű háromszög két **befogó**jának nevezzük a háromszög azon két oldalát, amely a derékszöget határolják. A harmadikat, a derékszöggel szemközti oldalt pedig **átfogó**nak nevezzük.
3. **Thalész kör**:
   Adott AB szakasz felezőpontjából húzzunk kört. A körvonal bármely pontját a két végponttal összekötve derékszögű háromszöget kapunk A kört a háromszög Thálesz-körének nevezzük.
4. Szögfüggvények derékszögű háromszögben:



sinα=a/c
A szög szinuszának nevezzük a derékszögű háromszögben a szöggel szemközti befogó és az átfogó hányadosát.
cosα=b/c
A szög koszinuszának nevezzük a derékszögű háromszögben a szög melletti befogó és az átfogó hányadosát.
tgα=a/b(=sinα/cosα)
A szög tangensének nevezzük a derékszögű háromszögben a szöggel szemközti és a szög melletti befogó hányadosát. Ez a hányados a szög szinuszának és koszinuszának hányadosaként is előáll.
ctgα=b/a(=sinα/cosα=1/ tgα)
A szög kotangensének nevezzük a derékszögű háromszögben a szöggel szög melletti és a szöggel szemközti befogó hányadosát. Ez a hányados a szög koszinuszának és szinuszának hányadosaként, valamint a szög tangensének reciprokaként is előáll.
További összefüggések pót és mellékszögekre kinézhetők a képlettárból...

II. Tételek

→ <u>Thalész tétele és megfordítása:</u> Egy háromszög akkor és csakis akkor derékszögű, ha körülírt körének középpontja egyik oldalának felezőpontja.

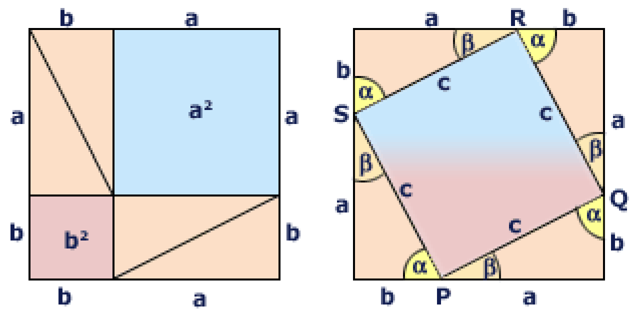
→ <u>Magasságtétel:</u> Bármely derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magasságának hossza mértani közepe azon szakaszok hosszának, amelyekre a magasság az átfogót osztja (**m=√xy**).

→ <u>Befogótétel:</u> Bármely derékszögű háromszög befogójának hossza mértani közepe az átfogó és a befogónak az átfogóra eső merőleges vetülete hosszának (**a=√xc, b=√yc**).

→ **<u>Pitagorasz tétele és megfordítása:</u>** Egy háromszög akkor és csakis akkor derékszögű, ha két oldalhosszának négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal hosszának négyzetével.

III. Bizonyítás

Mindkét négyzet oldalhossza **a+b**. A derékszögű háromszögek befogói **a** és **b**.
Az **a+b** oldalú négyzetek területe egyenlő.



A baloldali négyzetben kaptunk 4 darab, az eredeti háromszöggel egybevágó derékszögű háromszöget, és egy "**a**" illetve "**b**" oldalú négyzetet. Ezek területe $\mathbf{a^2}$ és $\mathbf{b^2}$ területegység.

A jobb oldali négyzetben is megtalálható ez a 4 darab, az eredeti háromszöggel egybevágó derékszögű háromszög, amelynek átfogója "**c**". Így tehát a középső PQRS síkidom minden oldala "**c**". Be kell még látni, hogy csúcsainál derékszög van. Mivel azonban az eredeti háromszögben **α + ß = 90,** ezért ennek a síkidomnak minden szögére **180°- (α + β) = 90°** .

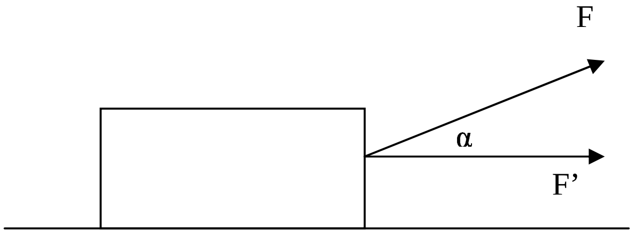
Tehát a PQRS síkidom négyzet, területe pedig $\mathbf{c^2}$.

Ha mindkét négyzetből elvesszük a 4 darab derékszögű háromszöget, a maradékok területe is egyenlő, azaz:
$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$

IV. Alkalmazások

- **vektormennyiségek komponensekre bontása:**

Ezt a módszert leggyakrabban a fizikában használhatjuk. Legtöbbször a testekre ható erőt bontjuk függőleges illetve vízszintes komponensekre, mivel így az erőnek csak azzal a komponensével kell foglalkoznunk, amely ténylegesen mozgatja a testet.



Ebben az esetben az általunk végzett munka kiszámításához csak az F erő vízszintes komponensét kell vennünk, így a munka egyenlő lesz a kifejtett hasznos erő és az elmozdulás szorzatával.

$W=F'\cdot\Delta s=F\cdot\Delta s\cdot\cos\alpha$

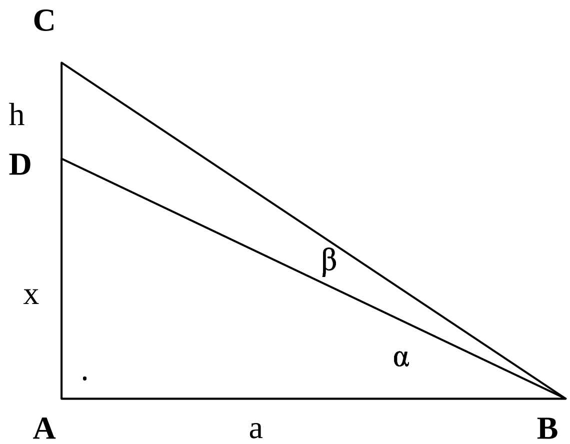
- **tereptárgyak magasságának kiszámítása:**

Adott egy hegy. A csúcsán álló tereptárgy magasságát keressük (h). Ismert a helytől való távolságunk, valamint két szög (α;β). Ezen adatok segítségével kell kiszámítani a tereptárgy magasságát.

Mivel ADB háromszög derékszögű, ezért értelmezhetjük benne a szögfüggvényeket. Ez alapján a hegy magassága (x) kiszámolható.
$x/a=\operatorname{tg}\alpha \rightarrow x=a\cdot\operatorname{tg}\alpha$

Ezután felírjuk a következő egyenletet:
$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=(h+x)/a$
Ebből $(h+x)=a\cdot\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$

Végül h+x és x ismeretében adódik h.



<u>Kidolgozója</u>: *Kovács Dániel* 12.D