

## 14. Tétel

### Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei

#### A témakör tartalmi felépítése

- Definíciók
- A háromszög nevezetes vonalai és pontjai (tételek)
- Alkalmazások

#### Történeti bevezető:

A geometria a matematika térbeli törvényszerűségek, összefüggések leírásából kialakult ága; maga a geometria szó görögül földmérést jelentett. Kialakulásában szerepet játszott az ókori gazdasági rendszer (innen ered a terület- és térfogatszámítás) és csillagászat is. A geometria az i. e. V. század körül elszakadt tapasztalati gyökereitől, az eleata filozófusok (leginkább Zénon) és olyan tudósok, mint Thalész hatására. A geometria az első tudományág, amit deduktív módon, vagyis axiómarendszer formájában építettek fel (ez elsősorban Euklidész nevéhez fűződik).

#### Definíciók:

- *háromszög*: három szakasz által meghatározott zárt alakzat;
- *oldalfelező merőleges*: egy háromszögben az egyik oldal felezőpontjára állított merőleges;
- *belső szögfelező*: egy háromszög egy belső szögének felező egyenese;
- *külső szögfelező*: egy háromszög egy külső szögének felező egyenese;
- *magasság*: egy csúcsból a szemközti oldal egyenesére bocsátott merőleges szakasz;
- *magasságvonal*: egy háromszög magasságának egyenese;
- *háromszög magasságpontja*: egy háromszög két magasságegyenesének metszéspontja;
- *súlyvonal*: egy háromszög egyik csúcsát a szemközti oldal felezéspontjával összekötő szakasz;
- *háromszög súlypontja*: egy háromszög két súlyvonalának metszéspontja;
- *háromszög középvonala*: egy háromszög két oldalának felezőpontját összekötő szakasz;
- *háromszög beírt köre*: olyan kör, amelyik érinti a háromszög minden oldalát;
- *háromszög köré írt köre*: olyan kör, amelynek a háromszög csúcsai pontjai;
- *háromszöghöz írt kör*: olyan kör, ami a háromszög egy oldalát és két oldalegyenesét a háromszög oldalán kívül érinti.

#### Tételek:

- A háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást. Ez a beírható kör középpontja.
- A háromszög magasságvonalai egy pontban, a magasságpontban metszik egymást.
- A háromszög bármely középvonala párhuzamos a háromszög harmadik oldalával, és hossza fele a harmadik oldal hosszának.
- A háromszög súlyvonalai egy pontban, a súlypontban metszik egymást. Ez a pont mindhárom súlyvonalnak a háromszög megfelelő csúcsától távolabbi harmadolópontja.

- A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást. Ez a köré írható kör középpontja.

Biz.: Vegyük fel az ABC háromszög AB és AC oldalának felező merőlegeseit, jelölje ezeket  $e$  és  $f$ .  $e$  és  $f$  biztosan metszik egymást egy pontban (ugyanis ellenkező esetben a háromszög A csúcsánál 180 fokos belső szög lenne). Legyen  $e$  és  $f$  metszéspontja M. M illeszkedik az  $e$  egyenesre, amiből következik, hogy (1)  $AM=BM$ . M illeszkedik az  $f$  egyenesre is, ezért (2)  $AM=CM$ . Az (1) és (2) feltevésből adódik, hogy  $BM=CM$ . Mivel BC felező merőlegese azon pontok halmaza, amelyek egyenlő távolságra vannak az B és C csúcsoktól, ezért M illeszkedik az BC oldal felező merőlegesére is. M egyenlő távolságra van A-tól, B-től és C-től, így M a háromszög köré írható kör középpontja.

#### Alkalmazások:

1. *matematikai alkalmazás:*

- a talpponti háromszög tulajdonságai;
- a háromszög területe egyenlő a beírt kör sugarának és a félkerületnek a szorzatával

2. *fizikai alkalmazás:*

- egy homogén, vékony háromszög lemezt egy gombostű hegyén akarjuk egyensúlyozni. Hol támasszuk alá a tűvel, hogy ne essen le?

3. *a mindennapi életből származó probléma:*

- három ház elektromos árammal történő ellátását egy oszlopról akarják megoldani. Hova állítsák az oszlopot, ha a lehető legkevesebb vezetékot akarják felhasználni?
- egy ismert oldalú, háromszög alaprajzú telken egy kör alaprajzú víztározót akarnak építeni. Mekkora lehet ennek a sugara?

Kidolgozója: Balogh Tamás 12.D