17. tétel:

Sokszögek, szimmetrikus sokszögek

1. A témakör tartalmi felépítése (amiről beszélni szeretnék)

- Alapfogalmak
- Sokszögek átlóira és szögeire vonatkozó tételek
- Nevezetes sokszögek
- Szimmetrikus sokszögek
- Egyéb alkalmazások

2. A témakör tartalmi felépítésének kifejtése

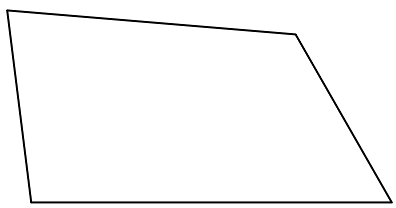
2.1 Történeti bevezető

A geometria a matematika térbeli törvényszerűségek, összefüggések leírásából kialakult ága; maga a geometria szó görögül eredetileg földmérést jelentett. Kialakulásában szerepet játszott az ókori gazdasági rendszer (innen ered a terület- és térfogatszámítás), és csillagászat is. A geometria az i.e. V. század körül elszakadt tapasztalati gyökereitől, az eleata filozófusok (leginkább *Zénón*) és olyan tudósok, mint *Thalész* hatására. A geometria az első tudományág, amit deduktív módon, vagyis axiómarendszer formájában építettek fel (ez elsősorban *Euklidész* nevéhez fűződik).

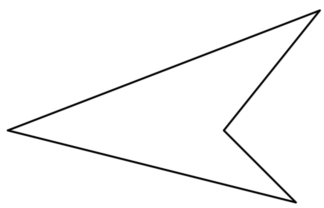
2.2 Alapfogalmak

- *Sokszög*: A sokszögek olyan síkidomok, amelyet csak egyenes szakaszok határolnak.
- *Konvex sokszög*: Azokat a sokszögeket nevezzük konvexeknek, amelyek bármely két pontjukkal együtt a két pontot összekötő szakasz minden pontját is tartalmazzák. (1/a ábra)
- *Konkáv sokszög*: Konkáv sokszögek azok, amelyeknek nem minden pontjára igaz az, hogy összekötő szakaszukat teljes egészében tartalmazza a sokszög. (1/ b ábra)

1/ a,

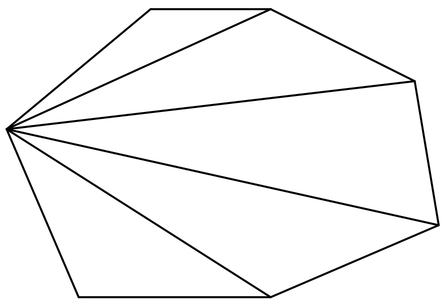


1/ b,



2.3 Sokszögek átlóira és szögeire vonatkozó tételek

<u>Tétel:</u> *Az n-oldalú konvex sokszög bármely csúcsából n-3 átló húzható és a sokszögnek összesen* $\frac{n(n-3)}{2}$ *átlója van.*



<u>Bizonyítás:</u>

Az ábra szemléletesen is mutatja, hogy konvex sokszög egyik csúcsából, saját magán és a két szomszédos csúcson kívül minden más csúcshoz húzhatunk átlót. Az egyik csúcsból húzható átlók száma 3-mal kevesebb a csúcsok számánál, *n* oldalúnál *n*-3.

Ez az n csúcsból összesen *n*(*n*-3) átlót jelentene, de ebben a szorzatban minden átló kétszer szerepel, ezért a sokszög átlóinak száma az előző szorzat fele.

Tétel: *Az n-oldalú konvex sokszög belső szögeinek összege (n-2)180˚.*

Bizonyítás: Konvex *n*-oldalú sokszög egy csúcsából *n*-3 átló húzható. Ezek a sokszöget *n*-2 háromszögre bontják. Ezek belső szögeinek összege adja az *n*-oldalú konvex sokszög belső szögeinek összegét.

2.4 Nevezetes sokszögek

a) Háromszögek

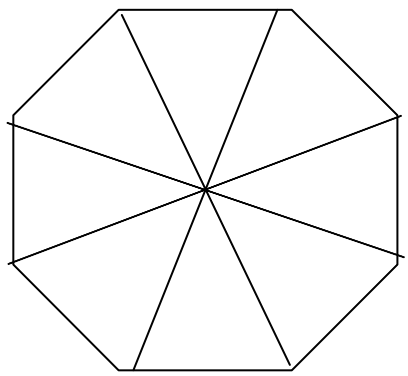
- Derékszögű háromszög
- Szabályos háromszög

b) Négyszögek

- *Trapéz*: Azok a négyszögek, amelyeknek van két párhuzamos oldala.
- *Paralelogramma*: Azok a négyszögek amelyeknek két-két oldala párhuzamos.
- *Deltoid*: Azok a négyszögek, amelyeknek két-két szomszédos oldaluk egyenlő hosszúságú.
- *Rombusz*: Azok a négyszögek, amelyeknek minden oldala egyenlő hosszúságú.
- *Téglalap*: Azok a négyszögek, amelyeknek minden szöge derékszög.
- *Négyzet*: Azok a négyszögek amelyeknek, minden oldala egyenlő hosszúságú, és minden szöge derékszög.
- *Húrnégyszög*: Olyan négyszög, amelynek csúcsai egy kör vonalára illeszkednek.
- *Érintőnégyszög*: Olyan négyszög, amelynek oldalai egy kör vonalára illeszkednek.

c) Szabályos sokszögek

Azokat a sokszögeket, amelyeknek minden oldala egyenlő hosszúságú és minden szöge egyenlő nagyságú, szabályos sokszögeknek nevezzük.



Az n oldalú szabályos sokszögnek n db szimmetria tengelye van. Van olyan pont, amelyre minden szimmetriatengely illeszkedik, ezt a pontot a szabályos sokszög középpontjának nevezzük.Ha az n oldalú szabályos sokszög középpontját összekötjük a sokszög csúcsaival, akkor n db egybevágó, egyenlő szárú háromszöget kapunk.

2.5 Szimmetrikus sokszögek

- *Középpontosan szimmetrikus sokszög*: Egy sokszög középpontosan (centrálisan) szimmetrikus, ha van a síknak olyan pontja, amelyre vonatkozó tükrözésnél a sokszög invariáns. (pl: paralelogramma, rombusz , szabályos (páros szögű) sokszögek)

- *Tengelyesen szimmetrikus sokszög:* Egy sokszög tengelyesen szimmetrikus, ha van a síknak olyan egyenese, amelyre vonatkozó tükrözésnél a sokszög invariáns. (pl : négyzet, rombusz, téglalap, deltoid, minden szabályos sokszög)

- *Forgásszimmetrikus sokszög:* Egy sokszög forgásszimmetrikus, ha van olyan pont körüli elforgatás, amelynek fix ponthalmaza.

2.6 Egyéb alkalmazások

1. *Építészet - belső építészet*
(Melyek azok a szabályos sokszögek, amelyekkel hézagmentesen lefedhető a sík?)

2. *Gyepvédőrács*
A ritter gyepvédő rács a természetet utánzó méhsejt szerkezetű. A méhsejt szerkezet optimális szilárdságot nyújt minimális falvastagság mellett.

3. *Penrose-fedés*
A geometria egy ága a sík lefedésével foglalkozik. Azzal, hogy síkidomok adott csoportjával le lehet-e fedni egy végtelen síkot anélkül, hogy rések maradnának közöttük, vagy nem. Ha pedig a síkot lefedik a síkidomok, a kapott mintázat elemzésével foglalkozik. Például osztályozza a fedéseket.

Kidolgozója: *Hartmann Zsófi 12.D*