Adatsokaságok, a valószínűség számítás (8. tétel)

Felelet felépítése:

- Statisztikai fogalmak
- Eseményalgebra(definíciók)
- Bizonyítás
- Alkalmazás

A statisztika elemzéséhez összegyűjtött adatokat adatsokaságnak, *mintának* is szoktuk nevezni. Az adatokat összegyűjthetjük *táblázatban*, vagy ábrázolhatjuk *grafikonon*, illetve *diagramon*, pl: görbéken vagy vonaldiagramon, oszlopdiagramon, kördiagramon vagy hisztogramon. A **diagramok** az adatok gyors áttekintését és az egyes értékek ránézésre történő összehasonlítását teszik lehetővé.

Statisztikai sokaság azoknak a dolgoknak, egyedeknek a csoportja amelyekről adatokat gyűjtünk. A sokaság elemei az egyedek. Ezek közül kiválasztunk egy **mintát** vagyis az egyedek csoportjának egy részhalmazát és azt vesszük a sokaságnak. Próbálunk mindig **reprezentatív mintát venni**(például: közvélemény kutatásoknál használják). A **véletlenszerű mintavétel** olyan hogy minden egyed ugyanolyan valsz. kerül be a mintába(pl.: lottó). **Minta**: A statisztikai sokaságból kiválasztott olyan rész amelyektől adatokat kapunk. Reprezentatív a minta, a hűen tükrözi a sokaság összetételét. **Ismérv**: A z egyedek vizsgált tulajdonsága (pl. hajszín), (pl.: testmagasság). Az ismérv konkrét értéke az **adat (**pl.: szőke, barna hajszín)

Osztályba sorolás: Nagy mennyiségű adat esetén az adatokat nem soroljuk fel egyenként, hanem osztályokba soroljuk őket. Ezért egy adat mindenképpen megjelenik valamelyik osztályban de maximum 1-ben! Osztályközépnek nevezzük az osztály alsó és felső határának számtani közepét.

Szóródásmutatók:
Minta terjedelme: Az adatok között előforduló legnagyobb és legkisebb érték különbségét a minta terjedelmének nevezzük.
Átlagos abszolút eltérés: Az egy statisztikai középtől vett eltérések számtani közepe.
Átlagos négyzetes eltérés: Egy statisztikai középtől való eltérések négyzeteinek átlaga.
Szórás: Minta szórása az átlagtól való eltérések négyzetének átlagából vont négyzetgyök.

Statisztikai közepek:
Számtani közép: Ha az adatok összegét elosztjuk az adatok számával, akkor a minta számtani közepét, vagy átlagát kapjuk.
Módusz: Az adatsokaságban a leggyakrabban előforduló adatot módusznak nevezzük.
Medián: **-**Páratlan számú adatoknál: a középső adat.
-Páros számú adatoknál: a két középső adat átlaga.

Középértékek, illetve helyzetparaméterek:

1. **Átlag**: egy számsokaság **számtani közepe (vagy átlaga)** úgy kapható meg, ,hogy a számsokaság összegét elosztjuk a számsokaság darabszámával $x_{átl.} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$.
Ha az egyes adatok gyakorisága k_1 , k_2, … k_n akkor az adatok átlagát megadhatjuk súlyozott számtani középként is. $x_{átl.} = \frac{k_1x_1 + k_2x_2 + ... + k_nx_n}{k_1 + k_2 + ... + k_n}$

2. Adatsokaság **mértani közepe**: Két pozitív valós szám **mértani közepe** a szorzatuk négyzetgyöke.
Beszélhetünk n darab pozitív valós szám (adatsokaság) négyzetgyökéről is, ez az adott a_1, a_2… a_n számok szorzatának n-ik gyöke.

Tétel: Két nemnegatív valós szám mértani közepe nem nagyobb, mint ugyanezen két szám számtani közepe.vagis: $\mathbf{a*b^{½} \leq (a+b)/2}$

Biz.: Mivel az állítás mindkét oldalán nemnegativ kifejezés áll, ezért mindkét oldalát négyzetre emelhetjük, ez most ekvivalens átalakítás:

$a*b \leq (a+b)^2/4$ (A jobboldali kifejezésben a zárojel felbontása és a nevezővel történő átszorzás után):

$4ab \leq a^2+2ab+b^2$

$0 \leq a^2-2ab+b^2$

$\mathbf{0 \leq (a-b)^2}$ (az h a bal oldal kisebb az mindig igaz illetve csak akkor egyenlő a két oldal ha a,b egyenlőek)

Eseményalgebra:

Def.: Egy kísérlet lehetséges kimeneteleinek a halmazát eseménytérnek hívjuk és H-val jelöljük.(pl.: 1 érme feldobásánál fej lesz vagy írás)←H=2

Def.: H-nak bármely részhalamzát eseménynek hívjuk.(pl.:fejet dobunk)

Def.: Biztos esemény az az esemény amely bármelyik kísérlet során bekövetekezik. Jelölése: I (pl.: kockadobásnál nem dobunk 6nál nagyobbat)

Def.: Elemi esemény az az esemény amely tovább nem bontható(1 elemű).(pl.:fejet dobunk)

Def.: Lehetetlen az az esemény ami egyetlenegy kísérlet esetén sem következik be. Jelölése: Ø (pl.: kockával 7est dobunk)

Def.: Az A esemény komplementer eseménye az az esemény ami akkor köv. be ha az A esemény nem köv. be. Jelölése: $\bar{A}$

Műveletek(def.):
A+B: Az az esemény, amely pontosan akkor következik be, ha az A és B esemény közül legalább az egyik bekövetkezik.
A*B: Az az esemény amely akkor következik be ha az A esemény és a B esemény is bekövetkezik.
A-B: Az az esemény amely akkor következik be ha az A esemény bekövetkezik de B nem.

Def.: Adott A esemény valószínűségének azt a számot tekintjük, ami körül a relatív gyakoriság ingadozik. Jelölése: P(A).

Relatív gyakoriság $\frac{k}{n}$

Tulajdonságok: $0 \le k \le n$, $n > 0$, $0 \le \frac{k}{n} \le 1$

Def: Ha n kísérletből az A esemény k-szor következik be, akkor k-t az A esemény <u>*gyakoriság*</u>ának, k/n-et pedig az A esemény <u>*relatív gyakoriság*</u>ának nevezzük.

<u>A valószínűség axiómái:</u>
I. axióma: Ha A tetszőleges esemény, akkor P(A) ≥ 0.
II. axióma: A biztos esemény mindig bekövetkezik: P(H) = 1
III. axióma: Ha A és B tetszőleges események, melyekre igaz, hogy A* B= Ø akkor: P(A+B)= P(A) + P(B).

***Szavakkal is megfogalmazva*:**

- A relatív gyakoriság nem lehet negatív: mivel $0 \le k \le n$ *és* $n > 0$, ezért $0 \le k/n \le 1$.
- A biztos esemény relatív gyakorisága 1, mert a biztos esemény minden kísérletnél bekövetkezik, így k = n.
- Egymást kizáró események összegének relatív gyakorisága a tagok relatív gyakoriságának összege.

Azt az értéket, amely körül a nyeremény átlaga ingadozik, a nyeremény <u>*várható érték*</u>ének nevezzük.

Geometriai valószínűség: Legyen adott egy olyan kísérlet melynek kimeneteleihez hozzá tudunk rendelni egy geometriai alakzatot. Feltételezve hogy az alakzatok bármely pontjai kimenetelként azonos valosz. köv. be, az általunk vizsgált kísérlet valószínűségét a kedvező geometriai alakzat területének és a teljes kísérlethez tartozó alakzat területének a hányadosa adja.

Klasszikus modell: Akkor alkalmazható ha egy kísérletnek véges sok kimenetele van és ezek valószínűsége egyenlő. És ekkor alkalmazható:

P(A)=kedvező eset/összes eset

Alkalmazás:

- Statisztika készítése
- Szerencsejátékoknál a valószínűség kiszámítása
- Gazdasági elemzések
- Közvélemény kutatásoknál: például választások elött jellemzően megnövekedik az ilyesfajta kutatások száma (vajon ki fog nyerni?...).a lakosság egy bizonyos választásra jogosult részéből megkérdeznek x embert és az alapján készítik el a statisztikákat. Ezt nagyon jól lehet szemléltetni kördiagramon,- vagy ha össze akarnak hasonlítani más korábbi évi eredményekkel - akkor oszlopdiagramon. Az ilyen kutatásokban az a veszélyes h nem mindig reprezentatívak, hiszen kevés embert kérdeznek meg vagy csak egy térségből kérdeznek meg embereket…

Kidolgozója: *Tapolczai Gábor 12.D*